08/09（二）浙江工业大学高等数学 A（下）考试试卷

一、填空题（满分 30 分）

1．设点 $A(-1,0,1), B(1,-1,2), C(2,1,1)$, 则 ΔABC 的面积是＿＿＿＿＿＿＿＿ 。

2．过 x 轴和点(4,-3,-1)的平面方程是＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 。

3．设 $z=e^{2x-3y}+x^{y}(x>0, x\neq 1)$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial y}=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 。

4．函数 $u=xy^2+z^3-xyz$ 在点 $(1,1,1)$，沿方向 $\vec{l}=(0,1,2)$ 的方向导数是＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 。

5．设 $z=f(\dfrac{x}{y}, y)$，其中 $f(x,y)$ 偏导数连续，则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿ 。

6．交换积分次序 $\int_0^a dx\int_0^x f(x,y)dy=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 。

7．设 L 为 $x=a\cos t, y=a\sin t$，则 $\oint_L (x^2+y^2)^n ds=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿.

8．设函数 $u(x,y)$ 的全微分是 $du=(x+2y)dx+(2x+y)dy$，则 $u(x,y)=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿。

9．把对坐标的曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma} P(x,y)dydz+Q(x,y)dzdx+R(x,y)dxdy$ 化成对面积的曲面积分是＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ ，其中 Σ 是平面 $3x+2y+2\sqrt{3}z=6$ 在第一卦限的上侧。

10． 把函数 $f(x)=\ln(2+3x)$ 展开为 x 的幂级数，则该幂级数的收敛半径 $R=$ ＿＿＿＿ 。

二、单项选择题（本题满分 12 分）

1. 设曲面 Σ 是上半球面 $x^2+y^2+z^2=R^2(z\geq 0)$，曲面 Σ_1 是曲面 Σ 在第一卦限中的部分，则下列结论中正确的是(　　)

(A) $\iint\limits_{\Sigma} xdS=4\iint\limits_{\Sigma_1} xdS$;　　(B) $\iint\limits_{\Sigma} ydS=4\iint\limits_{\Sigma_1} ydS$;

(C) $\iint\limits_{\Sigma} zdS=4\iint\limits_{\Sigma_1} zdS$;　　(D) $\iint\limits_{\Sigma} xyzdS=4\iint\limits_{\Sigma_1} xyzdS$.

2．设函数 $z=f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 的某个领域内有定义，且 $f_x(0,0)=3,\quad f_y(0,0)=-1$, 则下列结论中正确的是（　　）

(A) $dz|_{(0,0)}=3dx-dy$;

(B) 曲面 $z=f(x,y)$ 在点 $(0,0,f(0,0))$ 的一个法向量为(3,-1,1);

(C) 曲线$\begin{cases} z=f(x,y) \\ y=0 \end{cases}$在点$(0,0,f(0,0))$的一个切向量为$(1,0,3)$;

(D) 曲线$\begin{cases} z=f(x,y) \\ y=0 \end{cases}$在点$(0,0,f(0,0))$的一个切向量为$(3,0,1)$。

3．下列结论中正确的是(　　　)

(A) 若$\sum_{n=1}^{\infty}(u_n+v_n)$收敛，则$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ ，$\sum_{n=1}^{\infty}v_n$ 都收敛；

(B) 级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛的充分必要条件是部分和数列 $S_n=\sum_{i=1}^{n}u_i$ 的极限存在；

(C) 若正项级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛，则$\lim_{n\to\infty}n^2a_n=0$ ；

(D) 设是周期为的周期函数，满足收敛定理条件（狄利克雷条件），则 $f(x)$ 的傅立叶级数收敛且收敛于 $f(x)$。

4. 若级数$\sum_{n=1}^{\infty}c_n(x+2)^n$　在$x=-4$处是收敛的，则该级数在$x=1$处是(　　　)

(A) 发散；(B) 条件收敛；(C) 绝对收敛；(D) 收敛性不能确定。

三、试解下列各题（满分 12 分）

1、设$e^z-xyz=0$，求：$\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

2、求曲线在点(1,2,1)处的切线方程。

四、计算下列各题（满分 18 分）

1．求$\int_L(x^2-y)dx-(x+\sin^2 y)dy$, 其中 L 沿 $y=\sqrt{2x-x^2}$ 从点(0,0)到(1,1)。

2．求$\iint_{\Sigma}(z^2+x)dydz-zdxdy$，其中$\Sigma$是曲面$z=\frac{1}{2}(x^2+y^2)$介于平面$z=0,z=2$之间部分的外侧。

3．设$I=\int_0^1dx\int_0^{\sqrt{1-x^2}}dy\int_0^{1+\sqrt{1-x^2-y^2}}zdz$，(1) 写出 I 在柱面坐标系下的三次积分；

(2) 写出 I 在球面坐标系下的三次积分。

五、(9 分) 求抛物面$z=1+x^2+y^2$的一个切平面，使它与圆柱面$(x-1)^2+y^2=1$及该抛物面所围成的立体体积最小。

六、　试解下列各题（本题满分 14 分）

1、判别级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2+(-1)^n}{2^n}$的收敛性 (4 分)。

2、判别级数$\sum_{n=0}^{\infty}(\sqrt{n}-\sqrt{n}\cos\frac{p}{n})$ 的收敛性 (4 分)。

3、**求级数**$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n!}$**的和** (6 **分**)。

七、(5 **分**) **设函数** $f(x,y)=\begin{cases}1 & 0\le x\le 1\ ,0\le y\le 1\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$**，** $F(t)=\iint\limits_{D(t)}f(x,y)dxdy$ **其中**

$D(t)=\{(x,y)\,|\,x+y\le t\}$**。** (1) **求**$F(1)$**；** (2) **写出函数**$F(t)$**的解析表达式。**