浙江工业大学 08/09(二)高等数学 AⅡ考试试卷 A 标准答案

一、填空题（**每小题 3 分，满分 30 分**）：

1、$\frac{1}{2}\sqrt{35}$，　2、$y-3z=0$，　3、$-3e^{2x-3y}+x^{y}\ln x$，　4、$\sqrt{5}$，

5、$\frac{1}{y^2}f''_{11}$，　6、$\int_0^a dy\int_y^a f(x,y)dx$，　7、$2\pi a^{2n+1}$，　8、$\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2}+2xy+C$，

9、$\iint\limits_{\Sigma}\left(\frac{3}{5}P(x,y)+\frac{2}{5}Q(x,y)+\frac{2\sqrt{3}}{5}R(x,y)\right)dS$，　10、$\frac{2}{3}$.

二、(**每小题 3 分，满分 12 分**)1. C;　2. C;　3. B;　4. D.

三、（满分 **12 分**）

1、$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{yz}{e^z-xy}$，（3 分）

$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\frac{2y^2ze^z-2xy^3z-y^2z^2e^z}{\left(e^z-xy\right)^3}$.（6 分）

2、切向量$\vec{T}=\left\{\frac{3}{2},1,\frac{1}{2}\right\}$，（3 分）切线方程为$\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{1}$.（6 分）

四、（**每小题 6 分，满分 18 分**）

1、因为$\frac{\partial\left(-x-\sin^2 y\right)}{\partial x}=\frac{\partial\left(x^2-y\right)}{\partial y}$，积分与路径无关，取点$O(0,0)$到点$A(1,1)$线段为积分路径，

原式$=\int_{\overrightarrow{OA}}(x^2-y)dx-(x+\sin^2 y)dy$（3 分）

$=\frac{\sin 2}{4}-\frac{7}{6}$.（6 分）

2、设$\sum_1$为平面：$Z=2,x^2+y^2\le 4$，取上侧，

$=\iint\limits_{\Sigma}(z^2+x)dydz-zdxdy=\iint\limits_{\Sigma+\Sigma_1}(z^2+x)dydz-zdxdy-\iint\limits_{\Sigma_1}(z^2+x)dydz-zdxdy$

$=\iiint\limits_{\Omega}0dv-\iint\limits_{\Sigma_1}(z^2+x)dydz-zdxdy$（3 分）

$=\iint\limits_{D_{xy}}2dxdy=8\pi$.（6 分）

3、（1） 柱坐标： $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^1 rdr \int_0^{1+\sqrt{1-r^2}} zdz$.（3 分）

（2）球坐标： $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{4}} d\varphi \int_0^{2\cos\varphi} r^3 \sin\varphi \cos\varphi dr + \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{\frac{1}{\sin\varphi}} r^3 \sin\varphi \cos\varphi dr$.（6 分）

五、**（9 分）** 设切点为 $\{x_0, y_0, z_0\}$，切向量 $\{2x_0, 2y_0, -1\}$，切平面方程

$z = 2x_0x + 2y_0y + 1 - x_0^2 - y_0^2$（3 分）

体积为 $V(x_0, y_0) = \iint\limits_D \left[(1 + x^2 + y^2 - (2x_0x + 2y_0y + 1 - x_0^2 - y_0^2)\right]dxdy$（5 分）

$= \iint\limits_D (x^2 + y^2)dxdy + \iint\limits_D ({x_0}^2 + {y_0}^2)dxdy - \iint\limits_D (2x_0x + 2y_0y)dxdy$

$= \iint\limits_D (x^2 + y^2)dxdy + \pi({x_0}^2 + {y_0}^2) - 2x_0\pi$（7 分）

由 $\dfrac{\partial V(x_0, y_0)}{\partial x_0} = 2\pi x_0 - 2 = 0$； $\dfrac{\partial V(x_0, y_0)}{\partial y_0} = 2\pi y_0 = 0$.

解得唯一的驻点 $x_0 = 1, y_0 = 0$，为所求的最小值点. （9 分）

所以切平面方程为： $z = 2x$.

六、（满分 14 分）

1、（4 分）收敛. 2、（4 分）收敛.

3、（6 分） $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n-1)}{n!} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n!}$（2 分）

$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$，两边求导两次， $e^x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n!} x^{n-1}$ ， $e^x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n-1)}{n!} x^{n-2}$

令 $x = 1$，则 $e = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n!},\quad e = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n-1)}{n!},$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!} = 2e$.（6 分）

七、（5 分）

$$F(1)=\iint\limits_{D(1)} f(x,y)dxdy \;=\int_0^1 dx\int_0^{1-x} dy=\frac{1}{2}$$，（2 分）

$$F(t)=\iint\limits_{D(t)} f(x,y)dxdy=\begin{cases} 0 & t\le 0 \\ \dfrac{t^2}{2} & 0<t\le 1 \\ 1-\dfrac{(2-t)^2}{2} & 1<t\le 2 \\ 1 & t>2 \end{cases}$$ （5 分）