

09/10(二)浙江工业大学高等数学 A II 考试试卷

学院：_____ 班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

任课教师_____

题 号	一	二	三	四	五	六	总 分
得 分							

一、填空题（每小题 3 分）：

1、设 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{xy} \sin(x^2 y), & xy \neq 0 \\ 0, & xy = 0 \end{cases}$ ，则 $f_x(0, 1) =$ _____。

2、设 $f(x, y, z) = e^x yz^2$ ，其中 $z = z(x, y)$ 是由方程 $x + y + z + xyz = 0$ 所确定的隐函数，则 $f_y(0, 1, -1) =$ _____。

3、已知 $z = xy + \frac{x}{y}$ ，则 $dz =$ _____。

4、函数 $f(x, y) = xy$ 在闭区域 $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1$ 上的最大值是_____。

5、若 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$ ，且，当 $x = 0$ 时， $z = \sin y$ ； $y = 0$ 时， $z = \sin x$ ，则函数

$z(x, y) =$ _____；

6、积分 $\int_0^2 dx \int_x^{\sqrt{3}x} f(\sqrt{x^2 + y^2}) dy$ 化为极坐标下的二次积分是_____。

7、设 $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$ ； $\Sigma: x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ 的外侧，则下列等式正确的是_____。

A、 $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z^2) dv = \iiint_{\Omega} R^2 dv = \frac{4\pi}{3} R^5$ ；

B、 $\iiint_{\Sigma} (x^2 + y^2 + z^2) dxdy = \iiint_{\Sigma} R^2 dxdy = \pi R^4$ ；

C、 $\iiint_{\Sigma} (x^2 + y^2 + z^2) dS = \iiint_{\Sigma} R^2 dS = 4\pi R^4$ 。

8、设 L 为圆周 $x^2 + y^2 = a^2$ ，则 $\oint_L e^{\sqrt{x^2 + y^2}} ds =$ _____。

9、级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{n!}$ 的和是_____；

10、函数 $f(x) = \frac{1}{2+x}$ 展开为麦克劳林级数的收敛半径是_____。

11、设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x+1)^n$ 的收敛域为 $(-4, 2)$ ，则幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} n a_n (x-3)^n$ 的收敛区间是（不讨论端点）_____。

二、试解下列各题（每小题 6 分）：

1、一平面过 $A(1,1,1)$ 和 $B(0,1,-1)$ ，且垂直于平面 $x+y+z=0$ ，求它的方程。

2、设 $z = x f\left(\frac{y}{x}\right)$ ，其中 f 是二次可微函数，求： $\frac{\partial z}{\partial x}$ ， $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ 。

3、求曲线 $\begin{cases} x - y^2 = 0 \\ x^2 - z = 0 \end{cases}$ ，在点 $(1, 1, 1)$ 处的切线及法平面方程。

三、试解下列各题（每小题 6 分）：

1、求 $\iint_D \frac{x^2}{y^2} d\sigma$ ，其中 D 是由直线 $y = x$, $x = 2$ 及曲线 $xy = 1$ 所围成的闭区域。

2、设 L 是正方形 $|x| \leq 1, |y| \leq 1$ 的正向边界，求 $\oint_L xe^{-y^2} dx + (\frac{x}{x^2 + y^2} - x^2 ye^{-y^2}) dy$ 。

3、求 $\oiint_{\Sigma} x^2 dydz + (z^2 + z) dxdy$ ，其中 Σ 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 的外侧。

四、试解下列各题（每小题 4 分）：

1、判别级数 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln^2 n}$ 的收敛性。

2、判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{\sqrt{n}}$ 的收敛性。

3、设 $\{u_n\}$ 是单调增加的正数列，且有界，证明：级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (1 - \frac{u_n}{u_{n+1}})$ 收敛。

五、（12 分）求曲面 $z = 4 - (x^2 + y^2)$ 和 $z = 0$ 所围成空间体的体积 V 和表面积 S 。

六、(7分) 求两直线 $L_1 \begin{cases} y = 2x \\ z = x + 1 \end{cases}$ 与 $L_2 \begin{cases} y = x + 3 \\ z = x \end{cases}$ 之间的最短距离。