

# 10/11 浙江工业大学高等数学(下)考试试卷 A

学院：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_

任课教师：

题 号	一	二	三	四	五	六	七	总 分
得 分								

一、填空选择题（每小题 3 分）：

- 1、设  $f(x, y) = x + (y-1)\arcsin\sqrt{\frac{x}{y}}$ ，则  $f_x(0,1) =$ \_\_\_\_\_。
- 2、设  $z = z(x, y)$  由方程  $x^2 + 2y^2 + 3z^2 + xy - z - 9 = 0$  确定，则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$ \_\_\_\_\_。
- 3、函数  $f(x, y) = (6x - x^2)(4y - y^2)$  的极（大，小）\_\_\_\_\_值是\_\_\_\_\_。
- 4、表达式  $(axy^3 - y^2 \cos x)dx + (y + by \sin x + 3x^2 y^2)dy$  是某个函数  $u = u(x, y)$  全微分的充分必要条件是  $a =$ \_\_\_\_\_；  $b =$ \_\_\_\_\_。
- 5、交换积分次序  $\int_0^1 dy \int_0^{2y} f(x, y)dx + \int_1^3 dy \int_0^{3-y} f(x, y)dx =$ \_\_\_\_\_。
- 6、二次积分  $\int_0^a dx \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} f(x, y)dy$  化为极坐标下的二次积分是 \_\_\_\_\_。
- 7、 $L$  是上半圆周  $y = \sqrt{1-x^2}$ ，则曲线积分  $\int_L y^3 ds$  等于（        ）  
 A) 0；    B)  $2\int_0^1 y^3 dy$ ；    C)  $2\int_0^1 (1-x^2)dx$ ；    D)  $\int_{-1}^1 \sqrt{(1-x^2)^3} dx$ ；
- 8、 $f(x) = a^x$  的麦克劳林级数是 \_\_\_\_\_。
- 9、幂级数  $1 - \frac{x-3}{3} + \frac{(x-3)^2}{3^2} - \dots + (-1)^n \frac{(x-3)^n}{3^n} + \dots$  的和函数与收敛域为（        ）  
 A)  $\frac{3}{x}, 0 < x < 6$ ；    B)  $\frac{3}{x}, 0 < x \leq 6$ ；    C)  $\frac{1}{x-3}, -3 < x < 3$ ；    D)  $\frac{3}{x-3}, -3 < x < 3$ ；
- 10、设  $f(x) = \begin{cases} x^2 & -2 \leq x < 0 \\ 4-x^2 & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$ ， $f(x)$  以 4 为周期的傅里叶级数的和函数为  $S(x)$  则  
 $S(3) =$ \_\_\_\_\_，  $S(4) =$ \_\_\_\_\_。

二、试解下列各题（每小题 6 分）：

1、 设  $z = \ln(y^2 + e^{xy})$ ， 求：  $dz$

2、 求曲线  $\begin{cases} x - y^2 = 0 \\ x^2 - z = 0 \end{cases}$  上点  $(1, 1, 1)$  处的切线方程。

三、判别下列级数的收敛性（每小题 4 分）：

1、  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sqrt{\frac{n}{n+1}}$ ；

2、  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^3 + 1}$ ；

3、  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n b_n}$ ， 其中  $0 \leq b_n \leq a_n$ ，  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  收敛。

四、试解下列各题（每小题 7 分）：

1、求由曲面  $z = x^2 + 2y^2$  及  $z = 6 - 2x^2 - y^2$  所围成的立体的体积。

2、曲面  $\Sigma$  为球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 2a^2$  含在柱面  $x^2 + y^2 = a^2$  内的部分 ( $z \geq 0$ )，求曲面  $\Sigma$  的面积。

五、试解下列各题（每小题 7 分）：

1、证明：曲线积分  $\int_L x \ln(x^2 + y^2 - 1) dx + y \ln(x^2 + y^2 - 1) dy$  在区域  $x^2 + y^2 > 1$  内与路径无关。

2、计算曲面积分  $\iint_{\Sigma} \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$ ， $\Sigma$ ：曲面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  在  $1 \leq z \leq 2$  部分的外侧。

六、（10 分）在半径为  $a$  的半球内作内接长方体，问长方体的长、宽、高各为多少时，其体积最大？

七、试解下列各题（每小题 4 分）：

1、设  $y = f(x, t)$ ，而  $t = t(x, y)$  是由方程  $F(x, y, t) = 0$  所确定的函数，其中  $f, F$  一阶偏

导数连续，试证明：
$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial t} - \frac{\partial f}{\partial t} \frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial t} \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial t}}$$

2、设连续函数  $f(x) > 0$ ，平面区域  $D$  关于直线  $y = x$  对称， $A$  表示区域  $D$  的面积。

证明：
$$\iint_D \frac{f(x)}{f(y)} dx dy \geq A$$