

# 11/12 浙江工业大学高等数学(下)考试试卷 A

学院：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_

任课教师（请务必填上）：

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

## 一、填空题（本题满分 33 分，每小题 3 分）

1、设  $\vec{a} = \{2, 1, 2\}$ ,  $\vec{b} = \{4, -1, 10\}$ ,  $\vec{c} = \vec{b} - \lambda\vec{a}$ , 且  $\vec{a} \perp \vec{c}$ , 则  $\lambda =$ \_\_\_\_\_。

2、设  $Z$  是方程  $z = x + y \sin z$  所确定的  $x, y$  的函数, 则  $\frac{\partial z}{\partial y} - \sin z \frac{\partial z}{\partial x} =$ \_\_\_\_\_。

3、函数  $u = xy^2 + z^3 - xyz$  在点  $(1, 1, 1)$ , 沿方向  $\vec{l} = \{0, 1, 2\}$  的方向导数 = \_\_\_\_\_。

4、已知  $z = \sqrt{xy} + \frac{x}{y}$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$ \_\_\_\_\_。

5、交换积分次序  $\int_0^2 dx \int_{\frac{x}{2}}^{3-x} f(x, y) dy =$ \_\_\_\_\_。

6、曲线积分  $\int_L (axy^3 - y^2 \cos x) dx + (y + by \sin x + 3x^2 y^2) dy$  与路径无关,  $L$  为平面上光滑曲线, 则  $a, b =$ \_\_\_\_\_。

7、级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n} (1 + \frac{1}{n})^{n^2}$  是\_\_\_\_\_（绝对收敛、条件收敛、发散）的。

8、把  $\ln(2+x)$  展开为  $x$  的幂级数, 则该级数的收敛半径  $R =$ \_\_\_\_\_。

9、设函数  $f(x) = x^2$ ,  $0 \leq x \leq 1$ , 而  $S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\pi x$ ,  $-\infty < x < +\infty$

其中  $b_n = 2 \int_0^1 f(x) \sin n\pi x dx, n = 1, 2, 3, \dots$ , 则  $S(1) =$ \_\_\_\_\_。

10、设曲面  $\Sigma$  是上半球面  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$  ( $z \geq 0$ ), 曲面  $\Sigma_1$  是曲面  $\Sigma$  在第一卦限中的部分, 则下列结论中正确的是\_\_\_\_\_。

- (A)  $\iint_{\Sigma} x dS = 4 \iint_{\Sigma_1} x dS$ ; (B)  $\iint_{\Sigma} y dS = 4 \iint_{\Sigma_1} y dS$ ;  
 (C)  $\iint_{\Sigma} z dS = 4 \iint_{\Sigma_1} z dS$ ; (D)  $\iint_{\Sigma} xyz dS = 4 \iint_{\Sigma_1} xyz dS$ 。

二、试解下列各题（本题满分 20 分，每小题 5 分）：

1、设  $z = f(x^2 - y^2, e^{xy})$ ，其中  $f(u, v)$  一阶偏导数连续，求： $\frac{\partial z}{\partial x}$ ， $\frac{\partial z}{\partial y}$

2、已知  $z = x^y$ ， $(x > 0, x \neq 1)$ ，求： $dz$

3、求曲线  $x = \frac{t}{1+t}$ ， $y = \frac{1+t}{t}$ ， $z = t^2$  在对应于  $t = 1$  点处的切线方程。

4、讨论二元函数  $z = f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处的连续性与偏导数存在之间的关系（证明或举例）。

三、试解下列各题（本题满分 20 分，每小题 5 分）：

1、设  $D: x^2 + y^2 \leq 1$ ，求  $\iint_D (x^3 y + y^2) dx dy$

2、求：  $\iiint_{\Omega} z^2 dx dy dz$ ，其中  $\Omega: \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq h$ ， $(h > 0)$

3、求：  $\oint_L [(x-1)^2 + (y-1)^2] ds$ ，其中  $L$  为圆周  $x^2 + y^2 = 1$

4、设  $L$  是正方形  $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$  的正向边界， $f(x)$  为正值连续函数，试证：

$$\oint_L x f(y) dy - \frac{y}{f(x)} dx \geq 2$$

四、试解下列各题（本题满分 14 分，每小题 7 分）：

1、求两球面  $z = \sqrt{1-x^2-y^2}$ ， $z = 2 - \sqrt{4-x^2-y^2}$  所围空间体的表面积。

2、求曲面积分  $\iint_{\Sigma} (z^2 + x)dydz + zdx dy$ ，其中  $\Sigma$  是曲面  $z = x^2 + y^2$ ， $0 \leq z \leq 1$  部分的外侧。

五、（8分）求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n}$  的收敛域（含端点）及和函数。

六、（8分）求椭球面  $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$  在第一卦限上的一个切平面，使它与椭球面及三个坐标面围成的体积最小。