

# 12/13 浙江工业大学高等数学 A(下) 考试试卷

学院: \_\_\_\_\_ 班级: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

## 一、填空题 (每小题 3 分) :

- 1、向量  $\vec{a} = (4, -3, 4)$  在向量  $\vec{b} = (2, 2, 1)$  上的投影是\_\_\_\_\_。
- 2、设  $\vec{a} = (2, 1, 2)$ ,  $\vec{b} = (4, -1, 10)$ ,  $\vec{c} = \vec{b} - l\vec{a}$ , 且  $\vec{a} \perp \vec{c}$ , 则  $l =$ \_\_\_\_\_。
- 3、已知  $z = xy + \frac{x}{y}$ , 则  $dz =$ \_\_\_\_\_
- 4、隐函数  $z = z(x, y)$  由方程  $xyz = e^z$  确定, 则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$ \_\_\_\_\_
- 5、设  $f(u, v)$  一阶偏导数连续, 且  $z = f(x^2 - y^2, e^{xy})$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$ \_\_\_\_\_
- 6、函数  $u = 3x^2y^2 - 2y + 4x + 6z$  在原点沿  $\vec{OA} = (1, 1, 1)$  方向的方向导数是\_\_\_\_\_
- 7、函数  $f(x, y) = 4(x - y) - x^2 - y^2$  的极大值点 (或极大值) 是\_\_\_\_\_
- 8、交换积分次序  $\int_0^2 dy \int_{y^2}^{2y} f(x, y) dx =$ \_\_\_\_\_
- 9、设  $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0$ , 则  $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z^2) dv =$ \_\_\_\_\_
- 10、设  $L$  为  $x = a \cos t, y = a \sin t$ , 则  $\int_L (x^2 + y^2) ds =$ \_\_\_\_\_
- 11、把  $\frac{1}{2-3x}$  展开为  $x$  的幂级数, 则该级数的收敛半径  $R =$ \_\_\_\_\_

## 二、试解下列各题 (每小题 7 分) :

- 1、求曲线  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 3x = 0 \\ 2x - 3y + 5z - 4 = 0 \end{cases}$  在点  $(1, 1, 1)$  处的切线方程与法平面方程。

2、求平面  $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{5} = 1$  和柱面  $x^2 + y^2 = 1$  的交线上与  $xOy$  平面距离最短的点。

3、设函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ ，讨论函数在点  $(0, 0)$  处的连续性

及在该点偏导数的存在性。

三、(6分)判断下列等式是否正确(在括弧内填入√或×)：

设  $\Sigma$  是球面  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$  (外侧)， $\Sigma_1$  是球面  $\Sigma$  在第一卦限中的部分。

1、 $\oint_{\Sigma} (x^2 + y^2 + z^2) dS = \oint_{\Sigma} R^2 dS$  ( )

2、 $\oint_{\Sigma} (x^2 + y^2 + z^2) dx dy = \oint_{\Sigma} R^2 dx dy$  ( )

3、 $\iint_{\Sigma} z dS = 8 \iint_{\Sigma_1} z dS$  ( )

四、试解下列各题(每小题7分)：

1、求  $\iint_D x dS$ ，其中  $D$  是由直线  $y = x$ ,  $y = 0$  及曲线  $x^2 + y^2 = 4$ ， $x^2 + y^2 = 1$  所围在第一象限内的闭区域。

2、求曲面积分  $\iint_{\Sigma} \frac{dS}{x^2 + y^2 + z^2}$ ，其中  $\Sigma$  是介于平面  $z = 0$  及  $z = h$  之间的圆柱面  $x^2 + y^2 = R^2$ 。

3、求  $\iint_{\Sigma} x^2 dydz + y^2 dzdx + z^2 dxdy$ ，其中  $\Sigma$  是曲面  $z^2 = x^2 + y^2$  在  $0 \leq z \leq 1$  之间部分的下侧。

五、（6分）判别级数（1） $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (1 + \frac{1}{n})$ ；（2） $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} (1 + \frac{1}{n})^{n^2}$  的收敛性。

六、（9 分）求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$  的收敛域（含端点）及和函数。

.

七、（4 分）：证明不等式  $1 \leq \iint_D [\cos(y^2) + \sin(x^2)] dS \leq \sqrt{2}$ ，其中  $D$  是正方形区域  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ 。