13/14(二)浙江工业大学高等数学A考试试卷A

学院：________ 班级：_______ 姓名:_________ 学号:_________
任课教师（请务必填上）:_________

一、填空选择题（本题满分36分，每小题3分）

1、已知向量$\vec{a}$与向量$\vec{b}$及x轴均垂直，且$\vec{b}=3\vec{i}-3\vec{j}+4\vec{k}$，$|\vec{a}|=10$，则$\vec{a}=$______。

2、过点（-1，2，-3）且与向量 $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{j}-\vec{k}$垂直的平面方程是____________。

3、过点$M(0,2,4)$且与两平面$x+2z=1$和$y-3z=2$平行的直线方程___________。

4、设$z=y^x\ln y$，则$dz=$______________________________。

5、设 $z=f(\dfrac{x}{y},y)$，其中$f(x,y)$偏导数连续，则$\dfrac{\partial z}{\partial y}=$_______________________。

6、在曲面$z=\dfrac{x^2}{2}+y^2$上有一点M，在该点曲面的切平面平行于平面$2x+2y-z=0$，则点M的坐标是______________________。

7、交换积分次序$\int_0^2 dy\int_{y^2}^{2y} f(x,y)dx=$____________________。

8、二次积分$\int_0^a dx\int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} f(\dfrac{y}{x})dy$化为极坐标下的二次积分是___________________。

9、设$\sum$是球面$x^2+y^2+z^2=R^2$（外侧），$\sum_1$是球面$\sum$在第一卦限中的部分,Ω是球$x^2+y^2+z^2\le R^2$，D是圆$x^2+y^2\le R^2$，则下列等式中正确的是（　　）。

A）$\oiint\limits_{\Sigma}(x^2+y^2+z^2)dS=\oiint\limits_{\Sigma}R^2dS$；　　B）$\oiint\limits_{\Sigma}(x^2+y^2+z^2)dxdy=\iint\limits_{D}R^2dxdy$；

C）$\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2+z^2)dv=\iiint\limits_{\Omega}R^2dv$；　　D）$\iint\limits_{\Sigma}xyzdS=4\iint\limits_{\Sigma_1}xyzdS$。

10、下列级数中绝对收敛的是（　　）。

A）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\sin\dfrac{\pi}{2^n}$；　B）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{n}$；　C）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sin n$；　D）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\ln(1+\dfrac{(-1)^n}{2n})$。

11、无穷级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{2^n}(1+\dfrac{1}{n})^{n^2}$ 是（　　）。

A）条件收敛；　B）绝对收敛；　C）发散；　D）收敛性不定。

12、下列结论中正确的是（　　）。

A）级数$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$收敛的充分必要条件是$\lim_{n\to\infty} u_n = 0$。

B）级数$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$收敛的充分必要条件是数列$S_n = \sum_{i=1}^{n} u_i$的极限存在。

C）若正项级数$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$满足$\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$，则该级数收敛。

D）设$f(x)$是周期为2π的周期函数，满足收敛定理条件（狄利克雷条件），则$f(x)$的傅立叶级数收敛且收敛于$f(x)$

二、试解下列各题（本题满分 14 分，每小题 7 分）：

1、设$x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0$，求：$\frac{\partial z}{\partial x}$，$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$。

2、求曲线 $8x = y^3, z = \sqrt[3]{x}$ 在点$(1,2,1)$处的切线方程。

三、试解下列各题（本题满分 14 分，每小题 7 分）：

1、求 $\iint\limits_{D}(x+y)dxdy$，其中区域 D 由曲线 $x^2-2y+y^2=0$ 所围成。

2、求 $\iint\limits_{\Sigma}(z^2+x)dydz$，期中 $\sum$ 是曲面 $z=x^2+y^2$ 在 $0\le z\le 1$ 之间部分的下侧。

四、试解下列各题（本题满分 18 分，每小题 9 分）：

1、已知函数 $z=f(x,y)$ 的全微分为 $dz=ydx+xdy$，且 $f(1,1)=2$，求函数 $f(x,y)$ 在闭区域 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 1\}$ 上的最大值和最小值。

2、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$ 的收敛域（含端点）及和函数。

五、试解下列各题（本题满分 18 分，每小题 6 分）：

1、设 $P(x,y),Q(x,y)$ 在光滑平面曲线 L 上连续，证明：$\left|\int_L Pdx+Qdy\right|\le LM$ ，其中 L 也表示曲线 L 的长度， M 是 $\sqrt{P^2+Q^2}$ 在曲线 L 上的最大值。

2、求 $\int_L \frac{xdy-ydx}{(x-y)^2}$ ， L ：沿曲线 $y=\sqrt{2x-x^2}-1$ 从点 $A(0,-1)$ 到 $B(1,0)$ 。

3、设函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2} & x^2+y^2\neq 0\\ 0 & x^2+y^2=0\end{cases}$，

问：（1）函数在点$(0,0)$是否连续；（2）函数在点$(0,0)$偏导数是否存在。