# 14/15(二)浙江工业大学高等数学A考试试卷A

学院：________ 班级：________学号：__________ 姓名：________

任课教师：__________ （请务必填上）

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | |

一、填空选择题（本题满分30分，每小题3分）

1. 设向量 $\vec{a}=(4,3,-5)$，$\vec{b}=(1,0,1)$，则 $\vec{a}\times\vec{b}=$________________。

2. 直线 $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{2}$ 与 $x$ 轴正向夹角的余弦是__________。

3. 过点 $(1,1,1)$ 与直线 $\begin{cases}3x+y-z=2\\2x-z-2=0\end{cases}$ 的平面方程为____________________。

4. 设 $x^2+y^2+z^2-4z=0$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$__________。

5. 设 $z=f(xy,x^2+y^2)$，$f$ 可微，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$________________。

6. 函数 $u=xy^2+z^3-xyz$ 在点 $(1,1,1)$，沿方向 $\vec{l}=(0,1,2)$ 的方向导数是________。

7. 函数 $f(x,y)=xy$ 在闭区域 $x\ge 0, y\ge 0, x^2+y^2\le 1$ 上的最大值是__________。

8. 改变积分次序 $\int_1^2 dx\int_{\sqrt{x}}^{x} f(x,y)dy+\int_2^4 dx\int_{\sqrt{x}}^{2} f(x,y)dy=$__________________。

9. 设 $L$ 为圆周 $x^2+y^2=R^2$，则 $\oint_L e^{\sqrt{x^2+y^2}}ds=$________________。

10. 将函数 $f(x)=\dfrac{1}{3+x}$ 展开为麦克劳林级数，则该级数的收敛半径是__________。

二、判断题（本题满分10分，每小题2分）：（正确的填 √，错误的填×）

1. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\sin\dfrac{\pi}{2^n}$、$\sum_{n=1}^{\infty}\ln(1+\dfrac{(-1)^n}{2n})$ 都是绝对收敛的。（ ）

2. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(u_{2n-1}+u_{2n})$ 收敛，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 也收敛。（ ）

3. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛的充分必要条件是部分和数列 $S_n=\sum_{i=1}^{n}u_i$ 的极限存在。（ ）

4．若存在非零常数$\lambda$，使得$\lim\limits_{n\to\infty} na_n=\lambda$，则正项级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$发散.（　　）

5．设$f(x)$是连续、以$2\pi$为周期的周期函数，则$f(x)$的傅立叶级数收敛且收敛于$f(x)$。（　）

三、试解下列各题（本题满分18分，每小题6分）：

1．设$z=(xy)^x$　（$x,y>0;x,y\neq 1$）求：$dz$　。

2．求曲线$x^2+y^2+z^2=6$，$x+y+z=0$在点$(1,-2,1)$处的切线及法平面方程。

3．设函数$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2} & x^2+y^2\neq 0\\ 0 & x^2+y^2=0\end{cases}$，讨论函数在点$(0,0)$处（1）是否连续；（2）偏导数是否存在。

**四、试解下列各题（本题满分 30 分，每小题 6 分）：**

1．求 $\iint\limits_{D}(x+y)^2dxdy$，其中区域 D 由曲线 $x^2+y^2=1$ 所围成。

2．求 $\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)dv$，其中 $\Omega$ 是由曲面 $4z^2=25(x^2+y^2)$ 及平面 $z=5$ 所围成的闭区域。

3．求 $\iint\limits_{\Sigma}(z^2+x)dydz+zdxdy$，其中 $\sum$ 是旋转抛物面 $z=\frac{1}{2}(x^2+y^2)$ 介于平面 $z=0,z=2$ 之间部分的下侧。

4．求球体 $x^2+y^2+z^2\le 4a^2$ 被圆柱面 $x^2+y^2=2ax$（$a>0$）所截得的（含在圆柱面内的部分）立体的体积。

5. 求 $\oint_L \frac{xdy-ydx}{x^2+y^2}$， 其中 $L$ 是曲线 $x^2+4y^2-4=0$ 的正向。

五、（8 分）求：1）幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n+1}{n!}x^n$ 的收敛域与和函数；2）数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n!}$ 的和。

六、（4 分）证明：$xOy$ 平面上曲线 $y=e^x$，$0\le x\le 1$ 绕 $x$ 轴旋转所得旋转面的面积 $S=2\pi\int_1^e\sqrt{1+t^2}\,dt$。