

## 第五节

## 积分表的使用

积分计算比导数计算灵活复杂, 为提高求积分的效率, 已把常用积分公式汇集成表, 以备查用.

如 P347附录III.

积分表的结构: 按被积函数类型排列

积分表的使用: 1) 注意公式的条件

2) 注意简单变形的技巧

**注:** 很多不定积分也可通过 Mathematica , Maple 等数学软件的符号演算功能求得.



例1. 求  $\int \frac{dx}{5 - 4 \cos x}$ .

解: 这里  $a=5, b=-4$ , 应使用P381 公式105.

$$\begin{aligned} & \int \frac{dx}{5 - 4 \cos x} \\ &= \frac{2}{5 + (-4)} \sqrt{\frac{5 + (-4)}{5 - (-4)}} \cdot \arctan \left( \sqrt{\frac{5 - (-4)}{5 + (-4)}} \tan \frac{x}{2} \right) + C \\ &= \frac{2}{3} \arctan \left( 3 \tan \frac{x}{2} \right) + C \end{aligned}$$



例2. 求  $\int \frac{dx}{x\sqrt{4x^2+9}}$ .

解法1 令  $u = 2x$ , 则

$$\text{原式} = \int \frac{\frac{1}{2} du}{\frac{u}{2} \sqrt{u^2 + 3^2}} = \int \frac{du}{u \sqrt{u^2 + 3^2}}$$

↓ (P376 公式 37)

$$= \frac{1}{3} \ln \left| \frac{\sqrt{u^2 + 3^2} - 3}{u} \right| + C = \frac{1}{3} \ln \frac{\sqrt{4x^2 + 9} - 3}{2|x|} + C$$



例2. 求  $\int \frac{dx}{x\sqrt{4x^2+9}}$ .

解法2 令  $u = \sqrt{4x^2+9}$ , 则  $u^2 = 4x^2+9$ ,  $u du = 4x dx$

$$\text{原式} = \int \frac{4}{4} \frac{x dx}{x^2 \sqrt{4x^2+9}} = \int \frac{du}{u^2-3^2} \quad (\text{P375 公式 21})$$

$$= \frac{1}{6} \ln \left| \frac{u-3}{u+3} \right| + C = \frac{1}{6} \ln \left| \frac{\sqrt{4x^2+9}-3}{\sqrt{4x^2+9}+3} \right| + C$$

$$= \frac{1}{6} \ln \frac{(\sqrt{4x^2+9}-3)^2}{|2x|^2} + C = \frac{1}{3} \ln \frac{\sqrt{4x^2+9}-3}{2|x|} + C$$



例3. 求  $\int \frac{(x+4) dx}{(x^2+2x+4)\sqrt{x^2+2x+5}}$ .

解: 令  $x+1=2\tan t$ , 则  $dx=2\sec^2 t dt$

$$\text{原式} = \int \frac{2\tan t + 3}{(4\tan^2 t + 3) \cancel{2\sec t}} \cdot \cancel{2\sec^2 t} dt$$

$$= \int \frac{2\sin t + 3\cos t}{4\sin^2 t + 3\cos^2 t} dt$$

$$= 2 \int \frac{\sin t dt}{4\sin^2 t + 3\cos^2 t} + 3 \int \frac{\cos t dt}{4\sin^2 t + 3\cos^2 t}$$

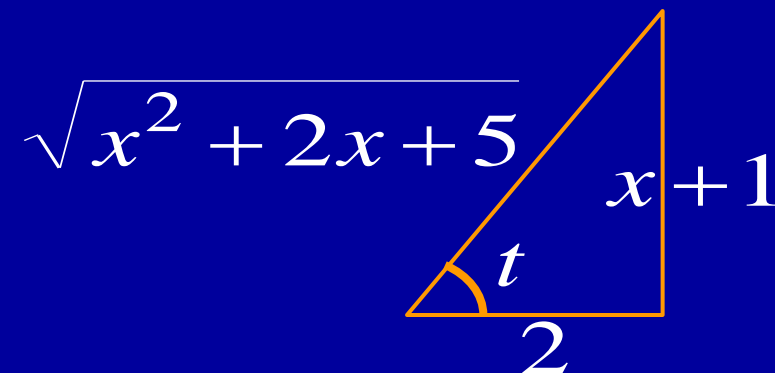
$$= -2 \int \frac{d\cos t}{4 - \cos^2 t} + 3 \int \frac{d\sin t}{\sin^2 t + 3}$$



$$= -2 \int \frac{d \cos t}{4 - \cos^2 t} + 3 \int \frac{d \sin t}{\sin^2 t + 3}$$

(P375 公式21)

(P375 公式19)



$$x+1 = 2 \tan t$$

$$= \frac{1}{2} \ln \left| \frac{2 - \cos t}{2 + \cos t} \right| + \sqrt{3} \arctan \left( \frac{\sin t}{\sqrt{3}} \right) + C$$

$$= \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 5} - 1}{\sqrt{x^2 + 2x + 5} + 1} \right| + \sqrt{3} \arctan \left( \frac{x+1}{\sqrt{3(x^2 + 2x + 5)}} \right) + C$$



## 4.5 作业

P221-222

3 ; 8 ; 19 ; 24 ; 25

