

06/07 浙江工业大学高等数学(下)期中考试试卷 A 07.4

学院：_____ 班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____ 任课教师：_____

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一、填空题（每小题 4 分）：

1. 设 $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = 3$ ，则 $[(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{b} + \vec{c}) \cdot (\vec{c} + \vec{a})] =$ _____。
2. 设 $z = x^y$ ($x > 0, x \neq 1$)，则 $dz =$ _____。
3. 设 $z = f\left(\frac{x}{y}, y\right)$ ，其中 $f(x, y)$ 二阶偏导数连续，则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$ _____。
4. 若函数 $f(x, y) = 2x^2 + ax + bxy^2 + 2y$ 在点 $(1, -1)$ 取得极值，则常数 $a =$ ____
 $b =$ ____，是极____值。
5. 曲面 $e^z - z + xy = 3$ 在点 $P(2, 1, 0)$ 处的切平面方程是_____。
6. 过空间曲线 $x = f(y)$, $y = g(z)$ (其中 $f(y), g(z)$ 均可微) 上相应于 $z = z_0$ 点处的切线方程是_____。
7. $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 的领域内有定义，且 $f_x(x_0, y_0) = f_y(x_0, y_0) = 0$ 则下列陈述： (A) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 连续； (B) $z = f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 的全微分 $dz = 0$ ； (C) 曲线 $\begin{cases} z = f(x, y) \\ y = y_0 \end{cases}$ 在点 (x_0, y_0, z_0) 处有切线，且切线平行 x 轴，其中 $z_0 = f(x_0, y_0)$ ； (D) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 有极值；其中正确的是_____。
8. 函数 $u = 3x^2y^2 - 2y + 4x + 6z$ 在原点沿 $\overrightarrow{OA} = (2, 3, 1)$ 方向的方向导数是_____。
9. $\int_0^1 dx \int_{x^2}^x (x^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}} dy =$ _____。
10. 设 $D: |x| \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ ，则 $\iint_D |y - x^2| dx dy =$ _____。
11. 设 $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0$ ，则在球面坐标系下，以下三重积分的三次积分 $\iiint_{\Omega} f(x^2 + y^2) dv =$ _____。
12. 设 Ω 是平面 $x + y + z + 1 = 0$, $x + y + z + 2 = 0$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ 围成

的闭区域 $I_1 = \iiint_{\Omega} (x+y+z)dv$, $I_2 = \iiint_{\Omega} (x+y+z)^2 dv$, 则 I_1 _____ I_2 (大小关系)

二、试解下列各题 (每小题 7 分) :

1. 一平面过两点 $M_1(1,1,1)$, $M_2(0,1,-1)$ 且垂直于平面 $x+y+z=0$, 求它的方程。

2. 设 $f(x,y,z) = x^2 z^3 e^y$, 其中 $z = z(x,y)$ 是由方程 $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 0$ 所确定的隐函数, 求: $\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{\substack{x=-1 \\ y=0}}$, 其中 $u(x,y) = f(x,y,z(x,y))$ 。

3. 试证曲面 $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = \sqrt{a}$ ($a > 0$) 上任何点处的切平面在各坐标轴上的截距之和等于 a

三、（7 分）设直线 $y = kx$ 把曲线 $x^2 + y^2 - 2ax = 0$ ($k > 0, a > 0$) 所围成的区域分成两部分 D_1, D_2 ，试求 $\iint_{D_1} \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ ， $\iint_{D_2} \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ 。

四、（8 分）求 $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) dv$ ，其中 Ω 是由曲面 $4z^2 = 25(x^2 + y^2)$ 及平面 $z = 5$ 所围成的闭区域。

五、（8 分）求函数 $z = x^2 + y^2 + 2xy - 2x$ 在闭域 $x^2 + y^2 \leq 1$ 上的最大值、最小值。

六、（8 分）设 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ ，试证明： $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$

处连续且偏导数存在，但不可微分。