

# 浙江工业大学高等数学 A(下)期中考试试卷 08.4

学院：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_

任课教师\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一、填空题（每小题 4 分）：

1、曲线  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ x = z \end{cases}$  在  $xOy$  平面上的投影曲线方程是\_\_\_\_\_。

2、设向量  $\vec{a} = 4\vec{i} + 5\vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$ , 则常数  $\lambda, \mu$  满足条件\_\_\_\_\_时向量  $\lambda\vec{a} + \mu\vec{b}$  与  $z$  轴垂直。

3、过点  $(-1, 2, -3)$ , 与向量  $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$  及直线  $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-5}$  相垂直的直线方程是\_\_\_\_\_。

4、函数  $z = f(x, y)$  由方程  $2xz - 2xyz + \ln(xyz) = 0$  所确定, 则  $dz =$ \_\_\_\_\_。

5、若函数  $f(x, y) = 2x^2 + ax + bxy^2 + 2y$  在点  $(1, -1)$  取得极值, 则常数  $a =$ \_\_\_\_\_,  $b =$ \_\_\_\_\_, 是极\_\_\_\_\_值。

6、 $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  的领域内有定义, 且  $f_x(x_0, y_0) = f_y(x_0, y_0) = 0$ ;

(A)  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  连续;

(B)  $z = f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  的全微分  $dz = 0$ ;

(C)  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  有极值;

(D) 曲线  $\begin{cases} z = f(x, y) \\ y = y_0 \end{cases}$  在点  $(x_0, y_0, z_0)$  处有切线, 其中  $z_0 = f(x_0, y_0)$ ;

在上述陈述中正确的是\_\_\_\_\_。

7、设函数  $z = z(x, y)$  由方程  $f(y - x, yz) = 0$  所确定, 其中  $f$  具有连续的二阶偏导数,

则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$ \_\_\_\_\_。

8、交换积分次序  $\int_0^1 dy \int_0^{2y} f(x, y) dx + \int_1^3 dy \int_0^{3-y} f(x, y) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、试解下列各题（每小题 7 分）：

1、已知两个不平行的向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$ ， $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$ ， $|\vec{a}| = 1$ ， $|\vec{b}| = 4$ ，设  $\vec{c} = 2(\vec{a} \times \vec{b}) - 3\vec{b}$ 。

求：（1） $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$ ；（2） $|\vec{c}|$ ；（3） $\vec{b}$  与  $\vec{c}$  的夹角的余弦。

2、在柱面  $y = x^2$  和  $z = x^3$  的交线上求一点，使曲线在此点的切线平行于平面  $x + 2y + z = 4$ 。

3、设  $f(x, y, z) = x^2 z^3 e^y$ ，其中  $z = z(x, y)$  是由方程  $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 0$  所确定的隐函数，求： $\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{\substack{x=-1 \\ y=0}}$ ，其中  $u(x, y) = f(x, y, z(x, y))$ 。

三、试解下列各题（每小题 7 分）：

1、 $\iint_D \frac{\sin y}{y} dx dy$ ，其中 D 为曲线  $y = \sqrt{x}$  及直线  $y = x$  所围成。

2、 $\iint_D y dx dy$ ，其中区域 D 由曲线  $x^2 - 2y + y^2 = 0$  所围成。

3、求积分  $I = \int_0^2 dy \int_{\frac{y}{\sqrt{3}}}^y y \sqrt{x^2 + y^2} dx + \int_2^{2\sqrt{3}} dy \int_{\frac{y}{\sqrt{3}}}^2 y \sqrt{x^2 + y^2} dx$ 。

四、（10 分）设  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ ，证明： $f(x, y)$  在点  $(0, 0)$  处连续且偏导数存在，但不可微分。

五、（8 分）通过点  $M(2, 1, \frac{1}{3})$  的所有平面中哪一个平面在第一卦限内与三个坐标平面所围成的四面体的体积最小，试求出该平面方程。

六、（8 分）求曲面  $x^2 + y^2 + z^2 = 3a^2$  与  $x^2 + y^2 = 2az$  ( $a > 0$ ) 所围成的立体体积。