

# 08/09(二)浙江工业大学高等数学 A 期中考试试卷

学院：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_

任课教师：\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

## 一、填空题（本题满分 28 分，每小题 4 分）

1、设  $\vec{a} = (3, 5, -2)$ ,  $\vec{b} = (2, 1, 4)$ , 当常数  $\lambda, \mu$  满足\_\_\_\_\_时  $\lambda\vec{a} + \mu\vec{b}$  与  $z$  轴垂直。

2、直线  $\begin{cases} 2x - 4y + z = 0 \\ 3x - y - 2z - 9 = 0 \end{cases}$  在平面  $4x - y + z = 1$  的投影直线方程是\_\_\_\_\_。

3、设函数  $z = z(x, y)$  由方程  $z = e^{2x-3z} + 2y$  确定, 则  $\frac{\partial z}{\partial y} =$ \_\_\_\_\_。

4、设  $z = x^y$  ( $x > 0, x \neq 1$ ), 则  $dz =$ \_\_\_\_\_。

5、函数  $u = xy^2 + z^3 - xyz$  在点  $(1, 1, 1)$ , 沿方向  $\vec{l} = \{0, 1, 2\}$  的方向导数是\_\_\_\_\_。

6、在曲面  $z = \frac{x^2}{2} + y^2$  上有一点  $M$ , 在该点曲面的切平面平行于平面  $2x + 2y - z = 0$ , 则点  $M$  的坐标是\_\_\_\_\_。

7、交换二次积分的次序  $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy + \int_1^4 dx \int_{x-2}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy =$ \_\_\_\_\_。

## 二、选择题（本题满分 12 分，每小题 4 分）

1、二元函数  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  的 4 条性质分别为：a) 连续；b) 偏导数存在；

c) 偏导数连续；d) 可微；则这些性质之间的相互关系正确的是 ( )

(A)  $c \Rightarrow d \Rightarrow a$ ;

(B)  $c \Rightarrow b \Rightarrow a$ ;

(C)  $d \Rightarrow c \Rightarrow b$ ;

(D)  $d \Rightarrow b \Rightarrow a$ 。

2、设函数  $f(u)$  连续, 区域  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 2y\}$ , 则  $\iint_D f(xy) dx dy$  等于 ( )

(A)  $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} f(xy) dy$ ;

(B)  $\int_0^\pi d\theta \int_0^{2\sin\theta} f(r^2 \sin\theta \cos\theta) r dr$ ;

(C)  $\int_0^\pi d\theta \int_0^{2\sin\theta} f(r^2 \sin\theta \cos\theta) dr$ ;

(D)  $2 \int_0^2 dy \int_0^{\sqrt{2y-y^2}} f(xy) dx$ 。

3、曲线  $8x = y^3, z = \sqrt[3]{x}$  上相应于  $y = 2$  的点处的切线方程是 ( )

- (A)  $\frac{x+2}{3} = \frac{y}{2} = z$ ;      (B)  $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = z$ ;  
(C)  $\frac{x-1}{3} = y-2 = \frac{z-1}{1}$ ;      (D)  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$ 。

三、试解下列各题 (本题满分 21 分, 每小题 7 分) :

1、设  $z = f\left(\frac{x}{y}, y\right)$ , 其中  $f(x, y)$  二阶偏导数连续, 求:  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

2、设  $\Phi(u, v)$  具有连续偏导数, 证明由方程  $\Phi(cx - az, cy - bz) = 0$  所确定的函数

$z = f(x, y)$  满足方程  $a \frac{\partial z}{\partial x} + b \frac{\partial z}{\partial y} = c$ 。

3、求函数  $z = x^2 + y^2 - 2xy - 2x$  在闭区域  $x^2 + y^2 \leq 1$  上的最大最小值。

四、试解下列各题（本题满分 21 分，每小题 7 分）

1、求  $\int_0^1 dx \int_{x^2}^x (x^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}} dy$ 。

2、求  $\iiint_{\Omega} z^2 dx dy dz$ ，其中  $\Omega: \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq h, (h > 0)$ 。

3、求由球面  $x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$  及平面  $z = a, z = b$  ( $0 < a < b < R$ ) 所围成的空间体的体积。

五、（7 分）已知点 A (1, -1, 0)，直线 L:  $\begin{cases} x + y - z + 1 = 0 \\ x - y + z - 3 = 0 \end{cases}$ ，求过点 A 且与直线 L 垂直相交的直线方程。

六、（7分）设函数  $f(x)$  连续且恒大于零，记  $F(t) = \frac{\iiint_{\Omega(t)} f(x^2 + y^2 + z^2) dv}{\iint_{D(t)} f(x^2 + y^2) d\sigma}$

其中  $\Omega(t) = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq t^2\}$ ， $D(t) = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq t^2\}$ ，讨论函数  $F(t)$  在  $(0, +\infty)$  内的单调性。

七、（4分）设函数  $f(x, y) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ ， $F(t) = \iint_{D(t)} f(x, y) dx dy$

其中  $D(t) = \{(x, y) \mid x + y \leq t\}$ ，请写出函数  $F(t)$  的解析表达式。