

# 09/10(二)浙江工业大学高等数学(下)期中考试试卷 A

学院：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_

任课教师：\_\_\_\_\_

题 号	一	二	三	四	五	总 分
得 分						

## 一、填空题（每小题 4 分）：

1、设向量  $\vec{a} = (4, 3, -5)$ ， $\vec{b} = (k, 0, 4)$ ，若  $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则  $k =$ \_\_\_\_\_。

2、已知向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  不平行， $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$ ， $|\vec{a}| = 1$ ， $|\vec{b}| = 4$ ， $\vec{c} = 2(\vec{a} \times \vec{b}) - 3\vec{b}$ ，则  $|\vec{c}| =$ \_\_\_\_\_。

3、设直线  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{5}$  在平面  $x + 2y - z + k = 0$  上，则  $k =$ \_\_\_\_\_。

4、过点  $(1, 1, 1)$  且平行于直线  $\begin{cases} 3x + y - z = 2 \\ 2x - z - 2 = 0 \end{cases}$  与  $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$  的平面方程是 \_\_\_\_\_。

5、设  $x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0$ ，则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$ \_\_\_\_\_。

6、设  $z = f(xy, x^2 + y^2)$ ， $y = \varphi(x)$ ， $f, \varphi$  可微，则  $\frac{dz}{dx} =$ \_\_\_\_\_。

7、设  $f(x, y)$  在点  $(0, 0)$  的邻域内有定义， $f_x(0, 0) = 3$ ， $f_y(0, 0) = -1$ ，则下列结论中正确的是\_\_\_\_\_。

(A)  $dz|_{(0,0)} = 3dx - dy$ ；

(B) 曲面  $z = f(x, y)$  在点  $(0, 0, f(0, 0))$  的一个法向量为  $(3, -1, 1)$ ；

(C) 曲线  $\begin{cases} z = f(x, y) \\ y = 0 \end{cases}$  在点  $(0, 0, f(0, 0))$  的一个切向量为  $(3, 0, 1)$ ；

(D) 曲线  $\begin{cases} z = f(x, y) \\ y = 0 \end{cases}$  在点  $(0, 0, f(0, 0))$  的一个切向量为  $(1, 0, 3)$

8、交换二次积分的次序  $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy + \int_1^4 dx \int_{x-2}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy =$ \_\_\_\_\_。

9、设  $f(x)$  连续， $F(t) = \int_1^t dy \int_y^t f(x) dx$ ，则  $F'(2) =$ \_\_\_\_\_。

## 二、试解下例各题（每小题 8 分）：

1、求过直线  $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{4}$ ，且与曲面  $z = x^2 + y^2$  相切的平面方程。

2、求函数  $u = x^2 + y^2 + z^2$  在曲面  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  上点  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  处沿外法线方向的方向导数。

3、平面  $2x - y + 2z - 4 = 0$  截曲面  $z = 10 - x^2 - y^2$  成上、下两部分曲面，求上部分曲面上的点到这个平面的最大距离。

三、试解下列各题（每小题 7 分）：

1、求  $I = \iint_D \frac{\sin y}{y} dx dy$ ，其中 D 为曲线  $y = \sqrt{x}$  及直线  $y = x$  所围成。

2、求积分  $I = \int_0^2 dy \int_{\frac{y}{\sqrt{3}}}^y y \sqrt{x^2 + y^2} dx + \int_2^{2\sqrt{3}} dy \int_{\frac{y}{\sqrt{3}}}^2 y \sqrt{x^2 + y^2} dx$ 。

3、求由曲面  $z = x^2 + 2y^2$  及  $z = 6 - 2x^2 - y^2$  所围成的立体的体积。

四、（7 分）设有一半径为 1（单位），高为 2（单位）的圆柱形容器，盛有  $\frac{4}{3}$ （单位）

高的水，放在离心机上高速旋转，因受离心力的作用，水面呈抛物面形，问当水刚要溢出容器时，液面的最低点在何处？（提示：此时容器中水的量没有改变）

五、（12 分）设  $f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ ，讨论函数在  $(0, 0)$

（1）是否连续；（2）偏导数是否存在；（3）偏导数是否连续；（4）是否可微分。