

# 10/11(二)浙江工业大学高等数学(下)期中考试试卷 A

学院: \_\_\_\_\_ 班级: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_

任课教师: \_\_\_\_\_

题 号	一	二	三	四	五	总 分
得 分						

## 一、填空题 (每小题 4 分) :

1、设向量  $\vec{a} = (1, 1, 1)$ ,  $\vec{b} = (n, 2, m)$ ,  $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ ,  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , 则 (1)  $n, m$  应满足条件 \_\_\_\_\_; (2)  $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) =$  \_\_\_\_\_。

2、动点  $M(x, y, z)$  到  $xOy$  平面的距离与到点  $(1, -1, 2)$  的距离相等, 则动点  $M(x, y, z)$  的轨迹方程是 \_\_\_\_\_。

3、与直线  $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$  及  $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$  平行且过原点的平面方程为 \_\_\_\_\_

4、设  $f(u, v, s)$  具有连续的一阶偏导数, 且  $w = f(x - y, y - z, t - z)$ ,

则  $\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t} =$  \_\_\_\_\_。

5、设函数  $z = z(x, y)$  由方程  $z = e^{2x-3z} + 2y$  确定, 则  $3\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} =$  \_\_\_\_\_。

6、 $f(u, v)$  有连续的二阶偏导数,  $z = f(x, xy)$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$  \_\_\_\_\_。

7、曲面  $e^z - z + xy = 3$  在点  $(2, 1, 0)$  处的切平面方程是 \_\_\_\_\_。

8、若  $z = f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处可微, 则下列结论错误的是 \_\_\_\_\_。

(A)  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处连续。

(B)  $f_x(x, y), f_y(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处连续。

(C)  $f_x(x_0, y_0), f_y(x_0, y_0)$  存在。

(D) 曲面  $z = f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$  处有切平面。

9、设  $D: 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 1$ , 则  $\iint_D \frac{x}{1+y^2} dx dy =$  \_\_\_\_\_。

10、二次积分  $\int_0^a dx \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} f(\frac{y}{x}) dy$  化为极坐标下的二次积分是 \_\_\_\_\_。

二、试解下列各题（每小题 6 分）：

1、求过点  $(2,1,3)$  且与直线  $\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$  垂直相交的直线方程。

2、证明螺旋线  $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \\ z = t \end{cases}$  是等距螺线（即曲线上任一点的切线与  $z$  轴夹角是常数）。

3、举例说明偏导数存在与方向导数存在之间的关系。

三、试解下列各题（每小题 7 分）：

1、设  $f(x)$  为连续函数， $F(t) = \int_1^t dy \int_y^t f(x) dx$ ，求  $F'(2)$ 。

2、计算  $\iint_D y dx dy$ ，其中积分域  $D$  是由  $y = 2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 2$  及曲线  $x = \sqrt{2y - y^2}$  所围的区域。

3、求由曲面  $z = x^2 + 2y^2$  及  $z = 6 - 2x^2 - y^2$  所围成的立体的体积。

4、求  $\iiint_{\Omega} z \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$ ， $\Omega$ ：由曲面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  与平面  $z = 2$  所围成。

四、(9 分) 设闭区域  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 - xy \leq 75\}$  及函数  $h(x, y) = 75 - x^2 - y^2 + xy$ 。

(1) 问函数  $h(x, y)$  在点  $M(x_0, y_0) \in D$  沿平面上什么方向的方向导数最大？若记此方向导数的最大值为  $g(x_0, y_0)$ ，试写出  $g(x_0, y_0)$  的表达式；

(2) 求区域  $D$  的边界上使函数  $h(x, y)$  的方向导数最大的点。

五、(5 分) 设  $y = f(x, t)$ ，而  $t = t(x, y)$  是由方程  $F(x, y, t) = 0$  所确定的函数，其中  $f, F$

一阶偏导数连续，试证明  $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial t} - \frac{\partial f}{\partial t} \frac{\partial F}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial t} \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial t}}$