

2012/13(二)浙江工业大学高等数学期中考试试卷 A

学院：_____ 班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

任课老师：_____ 得分：_____

一、填空题（每小题 4 分）：

1、 $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\vec{a} \times \vec{b} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2、向量 $\vec{a} = (4, -3, 4)$ 在向量 $\vec{b} = (2, 2, 1)$ 上的投影是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

3、将 xOz 坐标面上的抛物线 $z^2 = 5x$ 绕 x 轴旋转一周所生成的旋转曲面的方程是

$\underline{\hspace{2cm}}$ 。

4、曲面 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 与 $x + z = 1$ 的交线在 xOy 面上的投影方程是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5、已知 $z = xy + \frac{x}{y}$, 则 $dz = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6、曲线 $\begin{cases} z = \frac{x^2 + y^2}{4} \\ y = 4 \end{cases}$ 在点 $(2, 4, 5)$ 的切线与正向 x 轴所成的倾角是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7、隐函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $xyz = e^z$ 确定, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8、函数 $f(x, y) = 4(x - y) - x^2 - y^2$ 的极大值点是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

9、积分 $\int_0^2 dx \int_x^{\sqrt{3}x} f(\sqrt{x^2 + y^2}) dy$ 在极坐标下的二次积分是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10、交换积分次序 $\int_0^2 dy \int_y^{2y} f(x, y) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

11、设 $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0$, 则三重积分在球面或柱面坐标系下的三次积

分 $\iiint_{\Omega} f(x^2 + y^2) dv = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、试解下列各题（每小题 6 分）：

1、设 $f(u, v)$ 具有连续的一阶偏导数, 且 $w = f(x^2 - y^2, e^{xy})$, 求: $\frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y}$

2、求曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 3x = 0 \\ 2x - 3y + 5z - 4 = 0 \end{cases}$ 在点 $(1,1,1)$ 处的切线方程与法平面方程。

3、设曲面方程 $F(z-ax, z-ay) = 0$ ，其中 $F(u,v)$ 偏导数连续，且 $F_u + F_v \neq 0$ ，证明，曲面上任一点处的法线恒与一常向量垂直。

三、试解下列各题（每小题 6 分）：

1、求 $\iint_D \arctan \frac{y}{x} d\sigma$ ，其中 D 是由直线 $y = x$, $y = 0$ 及曲线 $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 1$ 所围在第一象限内的闭区域。

2、求曲面 $z = 6 - x^2 - y^2$ 与 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 所围成的立体的体积。

四、(8分) 求垂直于 xOy 面, 并通过从点 $(1, -1, 1)$ 到直线 $\begin{cases} y - z + 1 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$ 的垂线的平面方程。

五、(8分) 用条件极值的方法证明空间点 $P_0(x_0, y_0, z_0)$ 到平面 $Ax + By + Cz + D = 0$

的距离公式
$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

六、(10分) 设 $f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$, 问函数在点 $(0, 0)$ 处

(1) 是否连续; (2) 偏导数是否存在; (3) 偏导数是否连续; (4) 是否可微。