

# 2017/18 浙江工业大学高等数学(下)期中考试试卷 A

学院: \_\_\_\_\_ 班级: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_

任课老师: \_\_\_\_\_

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

## 一、填空选择题 (每小题 4 分):

1. 设某二阶线性常系数非齐次微分方程有三个特解:  $y=1, y=x, y=x^2$ , 则该微分方程的通解为\_\_\_\_\_。

2. 向量  $\vec{a}=(4,-3,4)$  在向量  $\vec{b}=(2,2,1)$  上的投影是\_\_\_\_\_。

3. 设  $\vec{a}=(2,1,2), \vec{b}=(4,-1,10), \vec{c}=\vec{b}-\lambda\vec{a}$ , 且  $\vec{a} \perp \vec{c}$ , 则  $\lambda=$ \_\_\_\_\_。

4. 设  $f(x,y)=x+(y-1)\arctan(xy)$ , 则  $f_x(1,1)=$ \_\_\_\_\_。

5. 设  $z=2^{x+y^2}$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial y}=$ \_\_\_\_\_。

6. 曲线  $2x=y^2, z=x^2$  在某一点处的切向量与三个坐标轴正向的夹角相等, 则该点坐标是\_\_\_\_\_。

7. 函数  $u=3x^2y^2-2y+4x+6z$  在原点沿  $\vec{OA}=(1,1,1)$  方向的方向导数是\_\_\_\_\_。

8. 设  $D: |x| \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ . 则  $\iint_D (x^3+1)e^y dx dy =$ \_\_\_\_\_。

9. 设  $f(x,y)$  在点  $(0,0)$  的邻域内有定义,  $f_x(0,0)=3, f_y(0,0)=-1$ , 则下列结论中正确的是 ( )。

(A)  $dz|_{(0,0)}=3dx-dy$ ;

(B) 曲面  $z=f(x,y)$  在点  $(0,0,f(0,0))$  的一个法向量为  $(3,-1,1)$ ;

(C) 曲线  $\begin{cases} z=f(x,y) \\ y=0 \end{cases}$  在点  $(0,0,f(0,0))$  的一个切向量为  $(3,0,1)$ ;

(D) 曲线  $\begin{cases} z=f(x,y) \\ y=0 \end{cases}$  在点  $(0,0,f(0,0))$  的一个切向量为  $(1,0,3)$

10. 具有特解  $y_1=e^{-x}, y_2=2xe^{-x}, y_3=3e^x$  的三阶常系数齐次线性微分方程是 ( )

(A)  $y'''-y''-y'+y=0$ ;

(B)  $y''' + y'' - y' - y = 0$ ;

(C)  $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0$ ;

(D)  $y''' - 2y'' - y' + 2y = 0$ ;

二、试解下列各题（每小题 7 分）：

1. 求微分方程  $x^2 dy + 2(y - 2x)dx = 0$  的通解。

2. 求微分方程  $y'' - 2y'^2 = 0$ ，满足条件  $x = 0$  时  $y = 0, y' = -1$  的特解。

3. 设  $z = f\left(\frac{x}{y}, xy\right)$ ，其中  $f(x, y)$  二阶偏导数连续，求： $\frac{\partial z}{\partial x}$ ， $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

4. 求积分  $I = \int_0^2 dy \int_{\frac{y}{\sqrt{3}}}^y y \sqrt{x^2 + y^2} dx + \int_2^{2\sqrt{3}} dy \int_{\frac{y}{\sqrt{3}}}^2 y \sqrt{x^2 + y^2} dx$ 。

三、试解下列各题（每小题 8 分）：

1. 求垂直于平面  $z = 0$  并通过点  $(1, -1, 1)$  到直线  $\begin{cases} y - z + 1 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$  的垂线的平面方程。

2. 求过直线  $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{4}$ ，且与曲面  $z = x^2 + y^2$  相切的平面方程。

四、(8分) 求平面  $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$  和曲面  $x^2 + y^2 = 1$  交线上与  $xOy$  平面距离最大的点和距离为 0 的点。

五、(8分) 设  $f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ , 讨论函数在点  $(0, 0)$  处

(1) 是否连续; (2) 偏导数是否存在; (3) 偏导数是否连续; (4) 是否可微。